GRUPPE A PS-LA0-Test: 19. Jan. 2011

TEST zum PS Einführung in die Lineare Algebra

```
NAME:                                              PSgruppe:

Matr.Nr.:

!! DIESE DREI ANGABEN bitte auf allen (drei) Blaettern VERMERKEN !!!
Unbeschriftete Blaetter koennen nicht zugeordnet werden und koennen
zu einem Punkteverlust fuehren. Selbst wenn zum entsprechenden Beispiel
keine Antwort moeglich ist, bitte LEER vermerken!!! Kurze Antworten
sind jeweils zu begruenden!

Gesamtzahl der Punkte 12 Punkte ( 5 + 3 + 4  ).
```

Beispiel 1) [5 Punkte]

Man bestimme für folgende Matrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 5 & 5 \\ 5 & 3 & 8 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 5 & 4 \\ 6 & 3 & 9 & 6 & 6 \end{pmatrix} \tag{1}$$

den Rang, eine Basis für den Zeilenraum, sowie eine Basis für den Spaltenraum, mit der Nebeninformation, dass die Zeilenstufenform folgende Gestalt hat:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0.20 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0.08 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.76 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Kann man auch eine Basis f.d. Spaltenraum unter Verwendung der dritten Spalte finden? (wie). Ist die dritte Spalte als Linearkombination der ersten beiden Spalten schreibbar?

Beispiel 2) [3 Punkte]

Man bestimme die Matrix zur Abbildung $T : p(t) \mapsto p'(t-1)$ von $\mathscr{P}_2(\mathbb{R})$ nach $\mathscr{P}_2(\mathbb{R})$ bezüglich der Standardbasis $\mathscr{M}_2 = \{1, t, t^2\}$ und berechne eine Basis für den Nullraum dieser Abbildung (Begründung).

Beispiel 3) [4 Punkte]

Man zeige, dass die Polynome $q_1(t) = t^2 - 1, q_2(t) = t^2, q_3(t) = (t+1)^2$ eine Basis für $\mathscr{P}_2(\mathbb{R})$ bilden. Man bestimme die Koeffizienten des allgemeinen Polynoms $p(t) = at^2 + bt + c$ bezüglich dieser Basis.

GRUPPE B PS-LA0-Test: 19. Januar 2011

TEST zum PS Einführung in die Lineare Algebra

`NAME:` `PSgruppe:`

`Matr.Nr.:`

```
!! DIESE DREI ANGABEN bitte auf allen (drei) Blaettern VERMERKEN !!!
Unbeschriftete Blaetter koennen nicht zugeordnet werden und koennen
zu einem Punkteverlust fuehren. Selbst wenn zum entsprechenden Beispiel
keine Antwort moeglich ist, bitte LEER vermerken!!! Kurze Antworten
sind jeweils zu begruenden!

Gesamtzahl der Punkte 12 Punkte ( 5 + 3 + 4 ).
```

Beispiel 1) [5 Punkte]

Man bestimme für folgende Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & 4 & 4 \end{pmatrix} \tag{3}$$

den Rang, eine Basis für den Zeilenraum, sowie eine Basis für den Spaltenraum, mit der Nebeninformation, dass die Zeilenstufenform folgende Gestalt hat:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2.50 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

Man stelle die erste der linear abhängigen Spalten als Linearkombination der davorliegenden Spalten dar. Gibt es eine Basis des Spaltenraumes, in der der 2-te Spaltenvektor vorkommt? Ist die vierte Spalte eine Linearkombination der ersten drei Spalten?

Beispiel 2) [3 Punkte]

Man bestimme die Matrix zur Abbildung $T : p(t) \mapsto p'(t+2)$ von $\mathscr{P}_2(\mathbb{R})$ nach $\mathscr{P}_2(\mathbb{R})$ bezüglich der Standardbasis $\mathscr{M}_2 = \{t^2, t, 1\}$ und berechne eine Basis für den Nullraum dieser Abbildung (Begründung).

Beispiel 3) [4 Punkte]

Man zeige, dass die Polynome $q_1(t) = t-1, q_2(t) = t^2, q_3(t) = (t-1)^2$ eine Basis für $\mathscr{P}_2(\mathbb{R})$ bilden. Man bestimme die Koeffizienten des allgemeinen Polynoms $p(t) = at^2+bt+c$ bezüglich dieser Basis.

GROUPE C PS-LA0-Test: 19. Jan. 2011

TEST zum PS Einführung in die Lineare Algebra

NAME: PSgruppe:

Matr.Nr.:

!! Please add your name on each individual sheet. Answers should com along with justifications.

Total Score 12 Points (5 + 3 + 4).

Beispiel 1) [5 Punkte]
For the following matrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 5 & 5 \\ 5 & 3 & 8 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 5 & 4 \\ 6 & 3 & 9 & 6 & 6 \end{pmatrix} \tag{5}$$

find the rank of $\boldsymbol{A}$, a basis for the row-space, a basis for the column space, with the side-information that the row-reduced echelon form looks like this:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0.20 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0.08 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.76 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

Can one also provide a basis for the column space using the third column? (and how). Is the third column a linear combination of the first two columns?

Beispiel 2) [3 Punkte]

Find the matrix for the linear mapping $T : p(t) \mapsto p'(t-1)$ from $\mathscr{P}_2(\mathbb{R})$ to $\mathscr{P}_2(\mathbb{R})$ concerning the standard basis $\mathscr{M}_2 = \{1, t, t^2\}$ and calculate the basis for the null space of this mapping (justification).

Beispiel 3) [4 Punkte]

Show that the polynomials $q_1(t) = t^2 - 1, q_2(t) = t^2, q_3(t) = (t+1)^2$ form a basis for $\mathscr{P}_2(\mathbb{R})$. Determine the coefficients of the general polyomial $p(t) = at^2 + bt + c$ in that basis.